EXERCICE N°3 :	30'	4 points	

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ par : $f(x)=\ln(1+2x)$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(unité graphique 2cm)

I– 1°) Justifier que f est strictement croissante sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

2°) Calculer $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3°) Etudier les branche infinies de f au voisinage de $+\infty$.

4°) On considère la fonction g définie sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ par $g(x)=f(x)-x$.

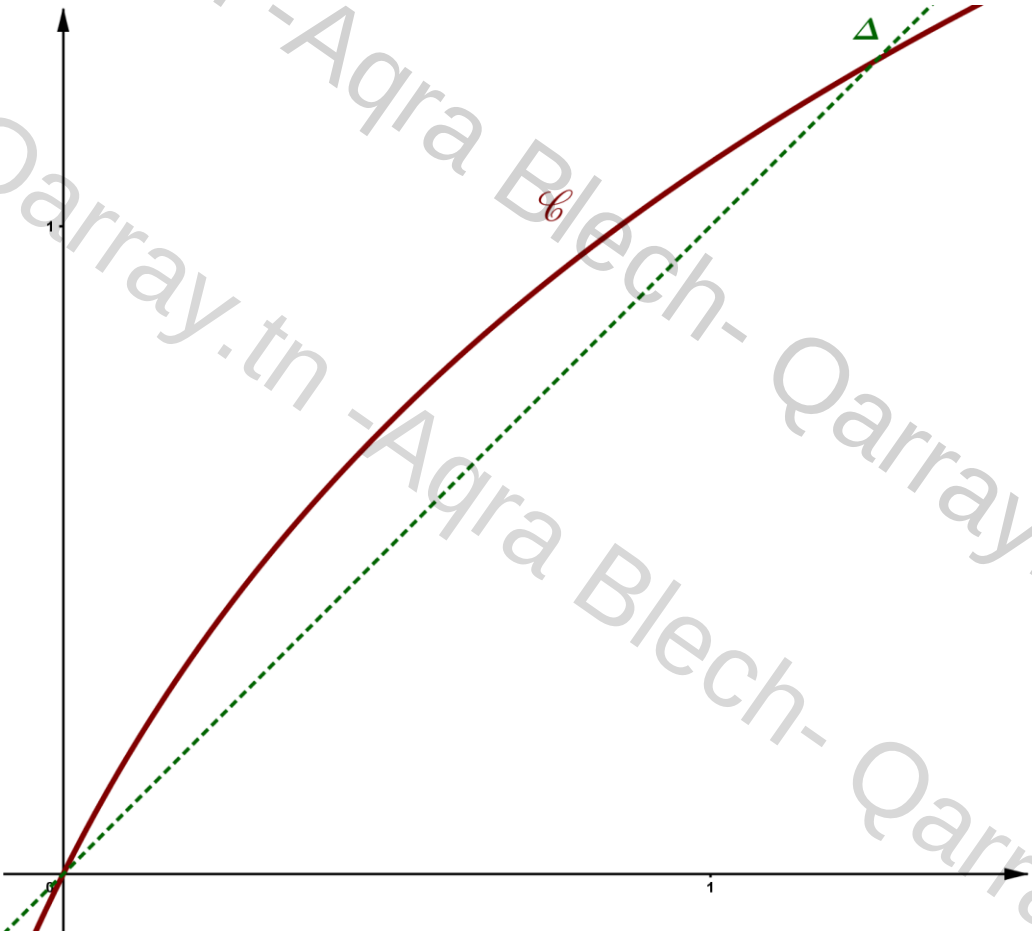
a) Etudier les variation de g sur $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ deux solution, 0 et une autre, noté α et que $\alpha\in[1,2]$.

c) Montrer que pour tout $x\in]0,\alpha[$, $f(x)\in]0,\alpha[$.

II– Soit (u_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases}u_0=1\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$.

On a représenté au-dessous la courbe (C_f) et la droite $\Delta: y=x$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn